



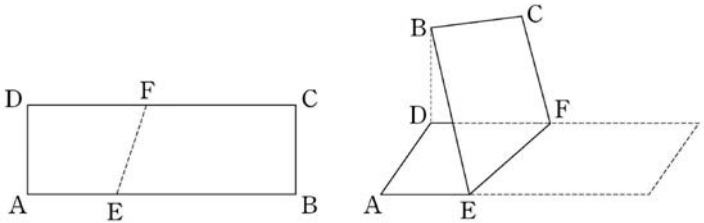
명진교육 쌤학원
임경원 부원장의

상위 1% 수학

영재고 도전하기

>>>> 문제

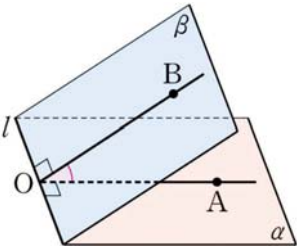
그림과 같이 $AB=9$, $AD=3$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이와 있다. 선분 AB 위의 점 E와 선분 DC 위의 점 F를 연결하는 선을 접는 선으로 하여, 점 B의 평면 AEFD 위로의 정사영이 점 D가 되도록 종이를 접었다. $AE=3$ 일 때, 두 평면 AEFD와 EFCB가 이루는 각의 크기가 θ 이다. $60\cos\theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ 이고, 종이의 두께는 고려하지 않는다.)



>>>> 임팩트의 강

기하 분야의 문제이다. 이면각을 묻는 문제지만 도형을 접었을 때의 기본적인 접공방식과 닮음을 잘 적용해야 풀 수 있는 문제이다. 이면각을 구하는 방법에 대해서는 다음 호에서 다각도로 설명하고 이면각의 정의를 소개한다.

직선 l에서 만나는 두 반평면 α , β 로 이루어지는 도형을 이면각이라고 한다. 이때 직선 l을 이면각의 변, 두 반평면 α , β 를 각각 이면각의 면이라고 한다. 이면각의 변 l 위의 한 점 O를 지나고 직선 l에 수직인 두 반평면 OA, OB를 두 반평면 α , β 위에 각각 그으면 $\angle AOB$ 의 크기는 점 O의 위치에 관계없이 항상 일정하다. 이 일정한 각의 크기를 이면각의 크기라고 한다. 일반적으로 서로 다른 두 평면이 만나서 생기는 이면각 중에서 그 크기가 크지 않은 쪽의 각을 두 평면이 이루는 각이라고 한다.



>>>> 문제 풀이

B에서 EF에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼수선의 정리에 의해 $DH \perp EF$

두 평면 AEFD와 EFCB가 이루는 각 θ 는 두 평면의 교선 EF에 수직인 BH 과 DH 가 이루는 각의 크기와 같다. $\cos\theta = \frac{DH}{BH}$

이제 종이를 다시 펼치면 오른쪽 그림과 같다.

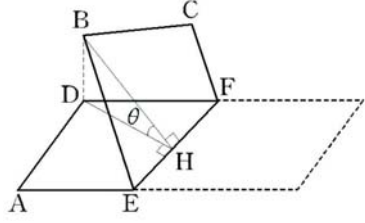
$\triangle BDA \sim \triangle BEH$ 이므로 $EB:HB=DB:AB$

$HB = \frac{9 \cdot 6}{3\sqrt{10}} = \frac{18}{\sqrt{10}}$

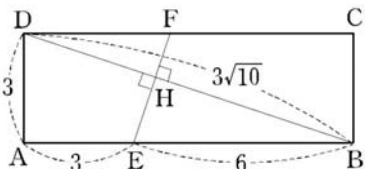
$DH = DB - BH = 3\sqrt{10} - \frac{18}{\sqrt{10}} = \frac{12}{\sqrt{10}}$

$\therefore \cos\theta = \frac{DH}{BH} = \frac{2}{3}$

$\therefore 60\cos\theta = 60 \times \frac{2}{3} = 40$

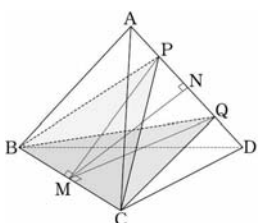
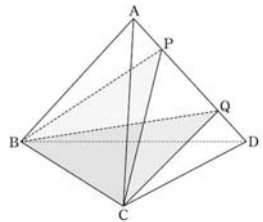


정답: 40 (난이도 상)



>>>> 유사문제

한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 1:3으로 내분하는 점을 P, 3:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 두 평면 PBC와 QBC가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{p}{q}$ 이다. p+q의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



정답: 16(난이도 하)

중등 수학경시 도전하기

>>>> 문제

주머니 속에 8개의 공이 들어 있다. 이 중 k개는 흰 공이고, 나머지는 검은 공이다. 흰 공에는 1부터 k까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있고, 검은 공에는 k+1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 하나의 공을 꺼낼 때, 흰 공이 나오는 사건을 A라 하고, 홀수가 적힌 공이 나오는 사건을 B라 하자. 두 사건 A, B가 서로 독립이 되도록 자연수 k의 값을 정할 때, 모든 k의 값의 합을 구하시오. (단, $1 \leq k \leq 7$ 이다.)

>>>> 임팩트의 강

조합론 분야의 문제이다. 두 사건의 독립, 종속에 관한 확률 이론이다. 물론 중학교 교육과정은 아니지만 기본적인 내용을 이해하고 습득하는 것은 중요하다.

두 사건 A, B에 대하여 한 사건이 일어나는 것이 다른 사건이 일어날 확률에 아무런 영향을 주지 않을 때, 즉 $P(B|A)=P(B)$ 또는 $P(A|B)=P(A)$ 일 때, 두 사건 A, B는 서로 독립이라고 한다.

또, 두 사건이 서로 독립이 아닐 때, 두 사건은 서로 종속이라고 한다.

한편, 두 사건 A, B가 서로 독립이면 확률의 곱셈정리에 의하여

$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(A)P(B)$ 가 성립한다.

역으로 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 이고 $P(A) \neq 0$ 이면

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A)P(B)}{P(A)} = P(B)$$

이므로 두 사건 A, B는 서로 독립이다.

따라서 두 사건 A, B가 서로 독립이기 위한 필요충분조건은

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$ (단, $P(A) \neq 0$, $P(B) \neq 0$)

>>>> 문제 풀이

k의 값에 따른 확률을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

k	1	2	3	4	5	6	7
P(A)	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
P(B)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
P(A ∩ B)	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 를 만족할 때, 두 사건 A, B가 서로 독립이므로 이를 만족하는 상수 k의 값은 2, 4, 6이다. 따라서 모든 k의 값의 합은 12이다.

정답: 12(난이도 중)

>>>> 유사문제

어느 디자인 공모 대회에서 철수가 참가하였다. 참가자는 두 항목에서 점수를 받으며, 각 항목에서 받을 수 있는 점수는 표와 같이 3가지 중 하나이다. 철수가 각 항목에서 점수 A를 받을 확률은 $\frac{1}{2}$, 점수 B를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$, 점수 C를 받을 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다.

관람객 투표 점수를 받는 사건

과 심사 위원점수를 받는 사건이

서로 독립일 때, 철수가 받는 두

점수의 합이 70일 확률은?

항목 \ 점수	점수 A	점수 B	점수 C
관람객 투표	40	30	20
심사 위원	50	40	30

>>>> 문제 풀이

철수가 받은 두 점수의 합이 70인 경우는 다음과 같다.

관람객 투표	$A\left(\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{6}\right)$	$B\left(\frac{1}{3}\right)$	$C\left(\frac{1}{6}\right)$
심사 위원	$C\left(\frac{1}{6}\right)$	$B\left(\frac{1}{3}\right)$	$A\left(\frac{1}{2}\right)$
확률	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{12} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{5}{18}$

정답: $\frac{5}{18}$ (난이도 하)

일상 속 과학이야기

장남감이 된 군사기술 ‘무인항공기’

방송장비에서부터 아이들이 가지고 노는 장난감에 이르기까지 아주 넓은 영역에서 사용 되는 ‘드론’이란 아이템을 다 알고 있을 것이다. 드론은 무선전파로 조정이 가능한 무인 항공기다.

최초의 무인항공기는 2000

년대 초반부터 군사적으로 개발

됐다. ‘드론’이란 원래 발이 내

는 웅웅거리는 소리란 뜻인데

작은 항공기가 소리를 내며 날

아다니는 모습에서 착안하여 이

러한 이름을 붙였다고 알려져

있다. 초반에는 공군의 미사일

폭격 연습 대상으로 사용되다 그 활용도가 점차 늘어나 정찰기와 공격기

로도 사용되기 시작한 드론은 조종사가 탑승하지 않고도 적군을 파악하

고 공격할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 2000년대 중반부터 미 공군이

드론을 군사적으로 적극 활용했고 많은 언론들은 이를 ‘드론전쟁’이라

부르곤 했다. 이 때 사용되던 초창기의 드론은 무인 항공기라는 단어처

럼 비행기에 가까운 형태를 가지고 있었다. 하지만 군사적 목적에서 벗

어나 더 다양한 곳에서 드론이 활용되기 시작하고 많은 사람들이 관심을

가지고 취미 활동으로 드론을 날리기 시작하면서 드론은 다시 한 번 다

양한 형태로 모습을 바꿀 수 있었다.

지금의 드론은 지도제작에 필요한 항공사진을 촬영할 때 사용하기

하고 넓은 발이나 눈에 비료와 농약을 살포할 때도 사용하고 일부 회사

에서는 물건을 배달하는데 사용하고 있다.

우리가 ‘드론’하면 떠올리는 가

장 대표적인 모습은 사실 4개의 프

로펠러를 가지고 있는 조그마한

비행체일 것이다. 드론에 사용되

는 프로펠러는 정확하게는 ‘로터’

라고 불러야 한다. 사실 프로펠러

나 로터는 전부 유체를 밀어낼 때

생성되는 반발력을 이용한 회전식

날개를 말하고 있지만 프로펠러는 추진력을 발생시키는데 사용하는 회

전식 날개를 나타내는 단어고 로터는 추진력과 비행체를 띄우는 양력을

동시에 발생시키는 회전식 날개를 지칭하는 단어이기 때문이다. 예를 들

어 4개의 회전식 날개가 달려있는 드론을 ‘쿼드로터’라 부르는 이유가

여기에 있다.

프로펠러와 로터를 좀 더 쉽게 예를 들자면 비행기와 헬기의 차이라고

볼 수 있다. 프로펠러식 비행기는 프로펠러가 추진력을 얻고 날개가 양

력을 발생시키는 구조로 되어있다. 즉 비행기를 앞으로 이동시키는 장치

와 비행기를 하늘에 띄우는 장치가 구분되어 있는 것이다. 하지만 헬기

는 로터가 회전하며 양력과 추진력을 동시에 얻을 수 있다. 즉 비행기를

앞으로 이동시키는 장치와 하늘에 띄우는 장치가 동일한 경우인 것이

다. 그렇다면 회전식 날개를 가지고 어떻게 자유롭게 비행기를 움직일

수 있을까? 보통 짝수의 로터를 가지고 있는 드론은 마주보는 로터가 같

은 방향으로 회전하고 있고 다른 두 로터는 반대방향으로 회전하고 있

다. 로터가 회전하면서 발생하는 힘을 기체에 서로 반대방향으로 작용시

켜 공중에서 비행기가 회전하지 않게 안정성을 맞춰주는 것이다. 그 후

로터의 회전 속력을 조절하여 기체의 방향을 조절하면 된다. 전방으로

가고 싶다면 앞쪽에 있는 로터 2개의 회전 속력을 낮추어 기체를 전방으

로 기울이면 그쪽으로 기체가 움직이게 되는 것이다.

간단한 원리지만 세상에서 활용할 가치는 무궁무진하

게 많이 있다. 앞으로 우리는 더 많은 항공기를 통해 더

많은 삶의 편의를 누리게 될 것이다. 드론을 또 어디에 사

용할 수 있을지 더 고민하고 지켜보도록 하자.



출처:네이버캐스트

미국 공군의 무인정찰기.

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트

출처:네이버캐스트